

Diseño inverso para superficies doblemente regladas: Aproximación geométrica y optimización del hypar de la Iglesia de Nuestra Señora del Valle

Inverse Design for Double-Curved Surfaces: A Geometric Study of Our Lady of the Valley Church

Recibido: 30 de marzo de 2019. Aprobado: 16 de septiembre de 2019
Artículo de Investigación

Cómo citar: Navarro-Mateu, Diego, Oriol Carrasco y Ana Cocho-Bermejo. "Diseño inverso para superficies doblemente regladas: Aproximación geométrica y optimización del hypar de la Iglesia de Nuestra Señora del Valle". *Dearq* n.º 27 (2020): 102-115. DOI: <https://doi.org/10.18389/dearq27.2020.08>

Resumen

Los procesos computacionales en diseño permiten al arquitecto abordar geometrías complejas desde nuevas perspectivas. El artículo propone una metodología de *reverse engineering/design* basada en computación evolutiva para encontrar el hiperboloide oculto y primigenio que conforma la cubierta de la Iglesia de Nuestra Señora del Valle (España), legado de la obra del arquitecto Félix Candela. Con la parametrización y el uso de algoritmos genéticos es posible explorar y adaptar paraboloides hiperbólicos de manera exitosa, al demostrar, mediante experimentación no matemática, la viabilidad para solventar problemas geométricos que se plantean a partir de documentos gráficos incompletos, anteproyectos o preexistencias.

Palabras clave: ingeniería inversa, *form-finding*, computación evolutiva, algoritmos genéticos, superficies alabeadas, Félix Candela, hypar, láminas estructurales

Abstract

Computational design methods have allowed architects to approach the design of complex geometric forms from new perspectives. This paper documents the use of evolutionary computational methods to reverse-engineer the roof of Félix Candela's Our Lady of the Valley church in Spain, and reveal its 'hidden' paraboloid structure. It shows that parametric methods and genetic algorithms enable the successful analysis and exploration of hyperbolic paraboloids. Besides, through non-mathematical experimentation, it demonstrates these methods' capacity to solve geometric problems found in incomplete historical materials or preexisting structures.

Keywords: reverse engineering, form-finding, evolutionary computation, Félix Candela, ruled surfaces.

Diego Navarro-Mateu

Universitat Internacional de Catalunya

✉ navarro@uic.es**Oriol Carrasco**

Institute for Advanced Architecture of Catalonia

✉ oriol.carrasco@iaac.net**Ana Cocho-Bermejo**

Universitat Internacional de Catalunya

✉ acocho@uic.es**Relevancia y metodología en el diseño arquitectónico y su docencia**

La aplicación de la computación en arquitectura ha posibilitado entender las superficies complejas del proyecto arquitectónico de una manera más práctica, experimental e intuitiva: al priorizar sus cualidades geométricas por encima de sus reglas teóricas y matemáticas. Además, las disciplinas del dibujo y la geometría son mucho más naturales para el arquitecto. La presente aproximación propone una alternativa análisis-proyectual que revisita la complejidad en obras de relevancia histórica e incorpora las herramientas digitales en el proceso de aprendizaje y diseño.

Es de considerar dentro de la continua dicotomía profesión vs. educación la implementación del diseño por computación y las primeras versiones paramétricas en los años noventa,¹ su evidente relación con los ejemplos tempranos de *form-finding* en la década de 1960² o posteriores aplicaciones de *reverse engineering* (RE) llevadas a cabo por Mark Burry o Frank Gehry en entornos educativos y la Sagrada Familia.⁴

La parametrización y la discretización a *posteriori* gracias a la RE y a la optimización algorítmica permiten racionalizar una serie de relaciones

embebidas en la propia geometría. Por lo tanto, pueden manifestarse las bases generadoras —si las hubiese— o crearse de nuevas que se ajusten a diseños que las hayan pasado por alto.

Pedagógicamente, la subdivisión o la deconstrucción requieren un proceso reductivo que pondrá de manifiesto que un problema complejo puede dividirse en subelementos más sencillos para facilitar su comprensión.⁵ El ejercicio propuesto necesita que se discierna la geometría subyacente y se determinen paramétricamente sus relaciones internas y combinatorias, convirtiéndolo simultáneamente en un acto de deconstrucción y posproyección. Las herramientas de modelado algorítmico favorecerán el desarrollo de nuevas estrategias deductivas y conceptuales, la implementación de rigor sistemático y el pensamiento analítico dentro del marco asociativo de estos componentes.⁶

El enfoque también presenta una forma interactiva y visual de abordar la geometría entre los elementos.⁷ Así, las definiciones (algoritmos) se comportan como herramientas de diseño capaces de producir variaciones y, por tanto, de revelar las leyes internas del proyecto frente a formas definidas y estáticas.

1. Dawson y Burry, "The Continuing Dichotomy".
2. Veenendaal y Block, "An Overview and Comparison of Structural Form".
3. Burry, "Handcraft and Machine Metaphysics".
4. Burry, "Parametric Design and the Sagrada Familia".
5. Newell et al., "Elements of a Theory of Human Problem".
6. Howe, "Algorithmic Modeling", 315.
7. Santos y Martínez, "Software para ensino de geometria e desenho".

El carácter docente de la propuesta delimita unos mínimos accesibles. De ahí, el uso de herramientas consolidadas, como la programación visual a través de Grasshopper en Rhinoceros 3D para habilitar el *Algorithmic Aided Design*,⁸ y en segunda instancia la elección de Galápagos frente a otros algoritmos genéticos más potentes pero innecesariamente complejos. Su implementación en asignaturas e investigaciones provoca una clara transdisciplinariedad con los campos de la computación, la lógica, la geometría y las matemáticas, propiciando incluso la iniciación al lenguaje de programación.⁹

Ingeniería inversa

Reconstruir las geometrías subyacentes en los proyectos existentes contrasta con el razonamiento clásico del diseño, donde la lógica habitual es de tipo deductivo o sintético (*reason forwards*). En cambio, la *RE* requerirá herramientas cognitivas que permitan razonar hacia atrás.

El concepto de *RE* ha sido ampliamente aplicado en la industria del *software*, especialmente desde los años noventa, pero no ha sido hasta la última década cuando se ha profundizado en sus variantes y significados¹⁰ que derivan en el concepto de *diseño inverso (RD)* o la deconstrucción de proyectos,¹¹ y también aclarando confusiones sobre métodos específicos más comunes relacionados con la "fotogrametría", el "escaneo" o la "digitalización".

La *RE* se define como un proceso de estudio de sistemas mediante el cual se identifican las relaciones entre sus elementos y se reconstruyen posteriormente utilizando sistemas formalmente diferentes o a un nivel más alto de abstracción. Siguiendo la clasificación de Tamás Várady et al., el trabajo presente se clasifica como tipo C.¹²

Más concretamente, categorizado en "Recuperación de diseño", en el cual el proyecto debe ser significativamente abstraído a nivel geométrico mediante deducción, información externa, dominio del área y análisis. Es decir, se distingue por los datos externos que no pueden ser resueltos por *software* automatizado y se le da mayor relevancia a las elecciones del diseñador.¹³

Así, el diseño inverso se considera la elaboración de hipótesis (concretas o globales) con respecto a una serie de decisiones de proyecto o preexistencias que pueden producir *a posteriori* nuevas hipótesis aplicables en diferentes contextos. Ello mejora, por lo tanto, las virtudes del mencionado pensamiento crítico y, además, refuerza el pensamiento abductivo sobre lo deductivo y lo inductivo.¹⁴

La aplicación del diseño inverso es especialmente útil como herramienta pedagógica aplicada a la arquitectura, porque mejora sustancialmente la comprensión de los proyectos y la adquisición de contenidos, favoreciendo así los aspectos cognitivos en la metodología del diseño geométrico y la evaluación de la arquitectura y las relaciones entre sus partes.

El hyper como definidor de arquitectura

Las superficies doblemente regadas (o alabeadas) son especialmente valiosas en el campo de la arquitectura, por sus propiedades económicas, estructurales y espaciales. Su complejidad y dificultad añadida en construcción se ven compensadas por grandes luces y superficies mínimas de poco espesor que logran transmitir las tensiones de manera óptima, gracias a la doble curvatura y su condición de borde, que traspasan los esfuerzos y cargas de manera tangencial en relación con las generatrices.¹⁵ A nivel arquitectónico,

8. Tedeschi y Lombardi, "The Algorithms-Aided Design".

9. Verzola Vaz y Pereira, "Parametric Modeling and Descriptive Geometry".

10. Sha, "The Innovation Design of Product Based"; Ye et al., "Reverse Innovative Design".

11. Iglesias, "Reverse Design o La Deconstrucción".

12. Várady et al., "Reverse Engineering of Geometric Models".

13. Iglesias, "Reverse Design o la deconstrucción".

14. Génova et al., "Métodos abductivos en ingeniería del software".

15. Ibáñez Torres, "El vientre de un arquitecto".

existen numerosos ejemplos de estas estructuras, donde cabe destacar por su relevancia histórica, personajes como el catalán Antoni Gaudí,¹⁶ el uruguayo Eladio Dieste¹⁷ o el español-mexicano Félix Candela.¹⁸

Por motivos asociados a la búsqueda del caso óptimo sobre el cual aplicar el proceso computacional, se propone un proyecto cuyas características geométricas, si bien no son exclusivas, sí añaden un mayor grado de dificultad, debido a la confluencia de dos factores: primero, la ocultación de los bordes originales del paraboloide, que da lugar a un contorno curvo en el alero de la cubierta. Segundo, la existencia de un aparente único eje de simetría sobre una única superficie, relegando un segundo eje a una posición indefinida.

Desde este marco, se plantea como caso práctico la reconstrucción del *hypar* (*hyperbolic paraboloid*), que compone la obra de la Iglesia de Nuestra Señora del Valle, por los arquitectos José Enrique Ruiz-Castillo Ucelay, Ricardo Urgoiti y Fray Coello de Portugal. La también conocida como *Iglesia del Pico* pone de manifiesto la influencia de Candela y su legado arquitectónico de vuelta en España, su tierra natal.

A través de diseño inverso y algoritmos genéticos, la investigación reconstruirá las incógnitas de una superficie regida por la matemática, revelando su aspecto geométrico y planteando futuras traducciones entre superficies complejas y su definición como superficies regladas.

Sobre Candela y su influencia en España

A pesar de sus orígenes y formación madrileña, Candela desarrolló su vida profesional en México, debido al régimen franquista. Desde un inicio, influenciado por las enseñanzas de Eduardo Torroja durante la carrera, demostró fascinación por las diferentes cáscaras y cálculos estructurales

desarrollados en el norte de Europa desde la década de 1920.¹⁹ En el momento, su construcción se desarrollaba en paralelo con el método para su cálculo, propiciando el carácter experimental apreciable en los prototipos 1/10 de Torroja y posteriores obras como el mercado de Algeciras (1934) o el Jai Alai Court de Madrid (1936).²⁰

Desgraciadamente, el estallido de la Guerra Civil no permite a Candela viajar becado a Alemania para profundizar en los cálculos matemáticos, y lo obliga a exiliarse en México, donde funda la conocida empresa Proyectos Ala y desarrolla sus innovadores “cascarones” que dan lugar a proyectos insignes como el Pabellón de Rayos Cósmicos en la Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México (1951); la Capilla de la Palmira en Cuernavaca (1958); el Restaurante Los Manantiales, Xochimilco (1958), y el Palacio de los Deportes para los Juegos Olímpicos, Ciudad de México (1968). Aun así, en México las tipologías de Candela reciben críticas desde el lado más funcionalista del *International Style*, y exceptuando a Juan Antonio Tonda y Oscar Coll —y contadas obras de carácter internacional— se encuentran pocas influencias del arquitecto.²¹

La tecnología de Candela era considerablemente dependiente del contexto, tanto en términos constructivos como de análisis estructural. Esto lo llevó a buscar formas sencillas de diseñar, construir y calcular, decantándose por el *hypar*, que le posibilitaba cáscaras sin necesidad de costillas, eliminando el requerimiento de encofrados curvos. Frente al resto de cáscaras, los *hypares* mexicanos de Candela sugerían un proceso de *form finding* rodeado de sencillez que proporcionaba resultados esbeltos, voluminosos, de grandes luces y amplios campos visuales que al mismo tiempo suponían un gran rendimiento a los costos de encofrados mediante andamiajes con husillos y ruedas, fácilmente reutilizables.

16. Burry et al., *Sagrada Familia s. XXI*.

17. Anderson y Dieste, *Eladio Dieste: Innovation in Structural Art*.

18. Garlock y Billington, *Félix Candela: Engineer, Builder, Structural Artist*.

19. Martínez, “Proceso de cálculo de las cáscaras cilíndricas”.

20. Martínez Martínez y Echevarría Valiente, “Las bóvedas cilíndricas y su evolución hasta las cáscaras cilíndricas”.

21. Basterra, *Félix Candela: 1910-2010*, 157.

A pesar de su reconocimiento a través de la cátedra en la Universidad Nacional Autónoma de México, y más tarde en la Universidad de Illinois, Candela no volvió a España en los sucesivos años; pero su relación con Torroja lo lleva a ser uno de los primeros colaboradores en *Informes de la Construcción* (fundado en 1948) y la International Association of Shell and Spatial Structures (fundada en 1959).²² Ambos medios ayudan a difundir la obra de Candela que sigue, sin embargo, amortiguada a causa del régimen, siendo el velódromo de Anoeta, junto al arquitecto Emilio Pérez Piñeiro (1972), su única obra durante la dictadura.

Afortunadamente, los arquitectos José Enrique Ruiz-Castillo Ucelay y Ricardo Urgoiti viajan becados a México por la fundación March para trabajar en la empresa Cubiertas Ala. El primero de ellos es hijo de una compañera de Candela en la ETSA de Madrid. Más tarde, en 1963, fundan la suya propia en España, Construcciones Láminas S. L.²³ Sus proyectos evidencian los recurrentes hypares de Candela, por ejemplo: el estadio municipal de Balaídos en Vigo (1967), la Iglesia de la Inmaculada Concepción (1968), la Iglesia de Nuestra Señora del Faro (1967), el Santuario de la Virgen del Camino (1961), la Iglesia de Santo Domingo de Guzmán (1965) y una bóveda para el Colegio de las Reverendas Madres de los Sagrados Corazones (1968). Estos dos últimos proyectos fueron desarrollados bajo la coautoría del arquitecto y dominico español fray Coello de Portugal, el cual deviene su colaborador más longevo y que, además, también tuvo contacto con la arquitectura de Candela en México.

Por los requisitos expuestos (bordes ocultos²⁴ y un único eje simétrico), este artículo aborda su tercer proyecto en asociación: la Iglesia de Nuestra Señora del Valle (1968), en Becerril de la Sierra (Madrid, España), también conocida como la Iglesia del Pico.

La Iglesia de Nuestra Señora del Valle

La Iglesia del Pico se compone de un hyper de 27×36 metros que hace sus veces de cubierta sobre un trapezoide deltoide que conforma la base (fig. 1), apoyándose únicamente en dos de las puntas; mientras que las contrarias se elevan hacia el cielo, alcanzando la más alta un total de 20 metros.²⁵ La transición entre la cubierta y la planta se resuelve mediante muros inclinados reforzados con contrafuertes en la parte central, pero que dejan volar la cubierta en sus dos esquinas superiores, cerrando el espacio únicamente con vidrieras.²⁶

Un primer análisis geométrico sobre la documentación del proyecto evidencia su inexactitud: la sección y el alzado no coinciden en la curvatura de la parábola por un margen notable (fig. 2); y los límites de la base y la cubierta también difieren ligeramente con los de la planta.

Esta situación evidencia la resolución de un problema que ha de dialogar con información contradictoria o poco fiable, equilibrando una serie de factores que minimicen los errores al mismo tiempo que se mantienen fieles a las reglas internas de la geometría del hyper. Pese a ello, la reconstrucción digital del proyecto coincide con las medidas descritas por Coello con un margen de error de unos pocos centímetros.²⁷

Por otro lado, una primera aproximación a través del dibujo revela un ángulo indeterminado de la inclinación de la parábola que define el eje central y es coincidente con la sección o la silueta del alzado (fig. 3). Esta situación confirma la dificultad del redibujo de una geometría de características desconocidas.

22. Cassinello et al., "Félix Candela. En memoria (1910-1997)".

23. Basterra, *Félix Candela: 1910-2010*.

24. Coello de Portugal Acuña et al., "Iglesia Parroquial Nuestra Señora del Valle".

25. Ruiz Íñigo, "El racionalismo intuitivo en la obra".

26. Basterra, *Félix Candela: 1910-2010*.

27. Ruiz Íñigo, "El racionalismo intuitivo en la obra".

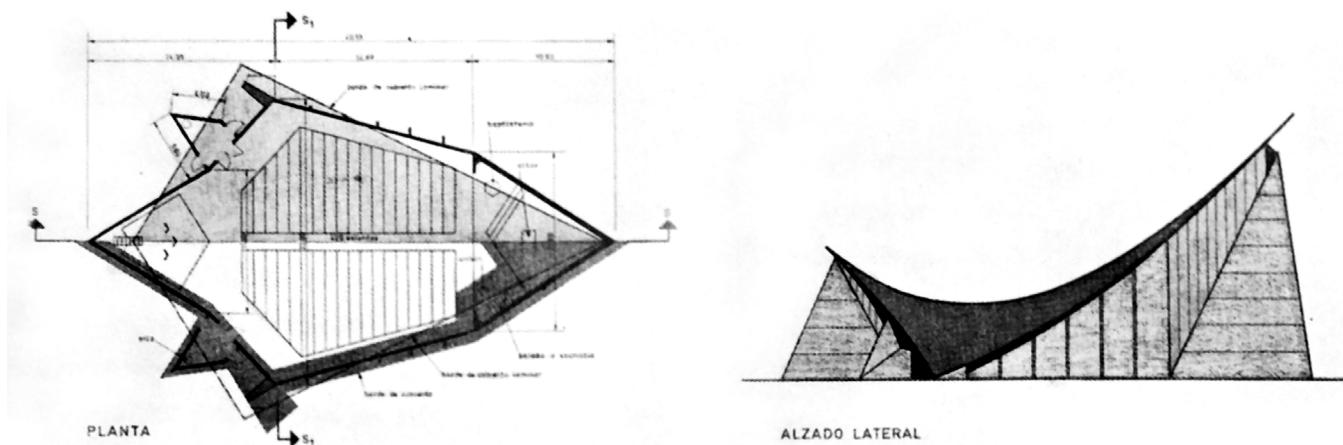


Figura 1. Planta y alzado de la Iglesia de Nuestra Señora del Valle. Fuente: Basterra, Félix Candela: 1910-2010, 202.

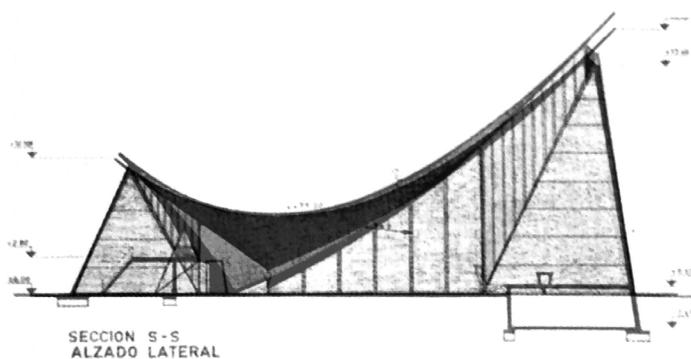


Figura 2. Comparación de sección longitudinal y alzado lateral. Fuente: elaboración propia basándose en Basterra, Félix Candela: 1910-2010.

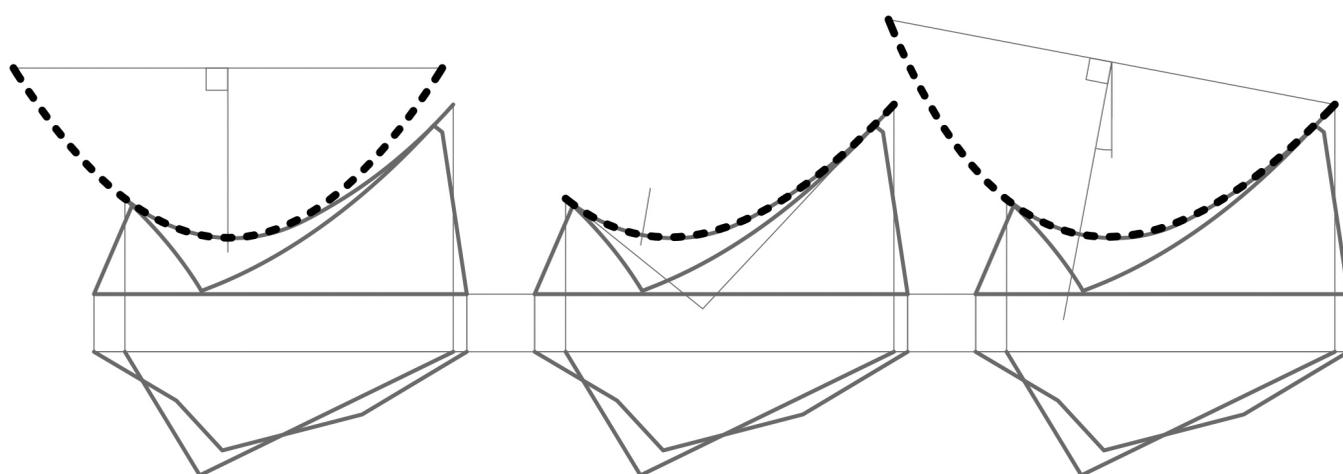


Figura 3. Dibujo de aproximación a la parábola longitudinal. Fuente: los autores.

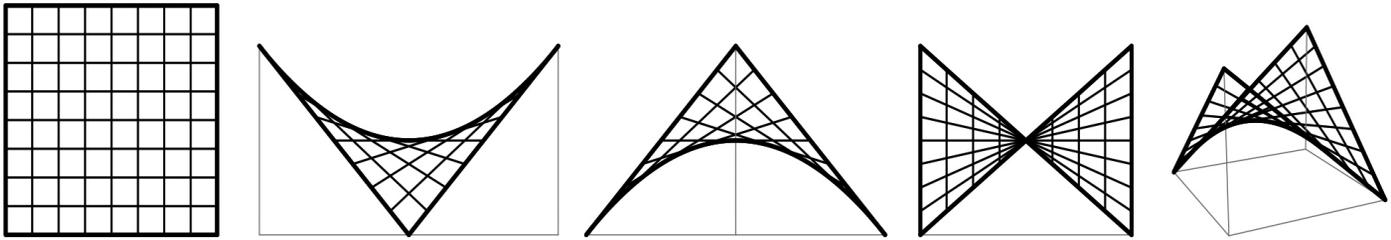


Figura 4. Vistas descriptivas en Rhinoceros 3D de un hyper de proyección cuadrada. Representación de las tramas regladas. Fuente: los autores.

Parametrización y aplicación

A partir de la documentación, el primer paso es convertir la geometría descriptiva en definición paramétrica. Con las restricciones asociadas a las superficies doblemente regladas, el algoritmo genético optimizará las variables hasta aproximarlas a los datos originales. A tener en cuenta en la definición: ejes, simetrías, generatrices, proximidad y coincidencia de puntos. Con base en documentación disponible, se establecen los siguientes puntos:

- Existe un eje central que es a su vez el longitudinal (X).
- Existe un segundo eje transversal (Y) cuya posición se desconoce y que, aparentemente, no está centrado ni es perpendicular al plano del suelo.
- Estos ejes delimitan algunas de las coordenadas de los puntos que establecen el hyper.
- Los bordes curvos de la cubierta evidencian el carácter parcial del hyper.
- La sección longitudinal y centrada describe la parábola que define el hyper.

Por lo tanto, el propósito del ejercicio debe de ser construir un hyper cuya sección y bordes cortados coincidan con el alzado y la sección del proyecto. Las cuatro esquinas que componen el hyper serán referidas a partir de este punto como:

- Superior: punta más elevada del hyper.
- Inferior: punta opuesta a la superior, adornada con una cruz.
- Laterales: establecen contacto con el terreno y son simétricas respecto al eje X, por lo que sus valores de Y serán siempre inversos.

28. Weisstein, "Hyperbolic Paraboloid".

Hypares digitales

Los paraboloides hiperbólicos son superficies cuadráticas basadas en la parábola y son doblemente regladas. Se representan comúnmente de dos maneras:

- La primera, analítica, como transición entre parábolas (asociada popularmente a la silla de montar). La aproximación matemática podría hacerse por sustitución y comparación.

$$\frac{z}{h} = \left(\frac{x^2}{a^2} \right) - \left(\frac{y^2}{b^2} \right)$$

- La segunda, como dos tramas de líneas rectas (asíntotas) generadas a partir de dos rectas no coplanares que se entrecruzan.²⁸ Por la necesidad y familiaridad del arquitecto con el campo de la geometría y la construcción, esta opción resulta más apropiada para el caso en cuestión (fig. 4).

En consonancia con la segunda opción, y las herramientas CAD (Diseño Asistido por Computador) escogidas, la definición de la superficie se hace a partir de cuatro puntos que definen las rectas sobre las que se "desliza" el tramado reglado (comando: SRPFT).

Elementos que se van a optimizar y comprobaciones

- Digitalmente, es posible verificar la validez del resultado analizando las curvaturas (numéricas o gráficas). Es especialmente esclarecedor determinar el grado de curvatura en uno (relaciones rectas entre puntos de control) y comprobar que se mantiene

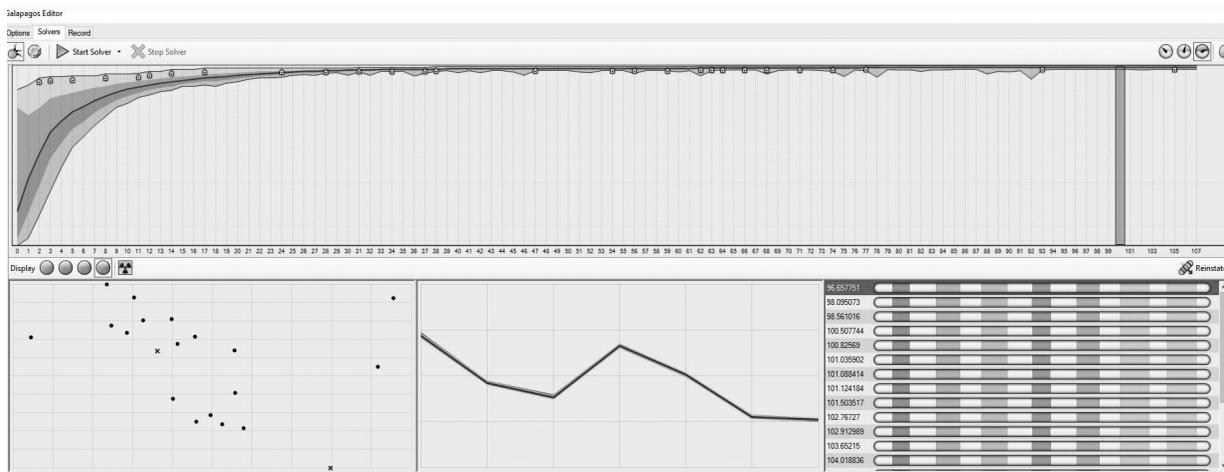


Figura 5. Captura de Galápagos. El ancho de la gráfica superior se estrecha en pocas generaciones, habitual en problemas de una única solución. Fuente: los autores.

“curvada”, sin alteraciones.

- b. La proximidad entre la sección longitudinal y una parábola dibujada sobre el documento original de la sección. A puntualizar, construido en grado 2 con tres puntos de control para ser coherente con el sistema de NURBS.
- c. La intersección entre la proyección de la planta y el hypar propuesto. Cuantificar el margen de error respecto a las curvas originales dibujadas sobre los documentos.

El valor que se va a minimizar será la suma de distancias en 60 puntos de comprobación (20 por curva que definen el alzado del hypar: la parábola central y los dos bordes). Para tal fin se usará el algoritmo genético incorporado en el componente Galápagos.

Los algoritmos genéticos se entienden como una simulación en la cual una población abstracta de soluciones candidatas a un problema de optimización se seleccionan estocásticamente, recombinadas, mutadas y luego seleccionadas según su adecuación relativa al problema.²⁹ Particularmente y dentro de la computación evolutiva, se escogió un algoritmo genético, debido a su desempeño en un amplio rango de tareas, opuestamente a otros más especializados y eficientes pero que requieren mayor especialización y personalización.³⁰ Los algoritmos genéticos se

caracterizan por cadenas lineales de información para representar cada uno de los individuos; en este caso, como la suma de sus coordenadas.³¹

La computación evolutiva —que engloba, entre otros, los algoritmos genéticos— y su síntesis de los sistemas naturales para desarrollar métodos alternativos para la resolución de problemas permiten, en primera instancia, diseñar mecanismos no complejos que produzcan soluciones aceptables (opuestamente a óptimas); en segundo instancia, lidiar con imprecisión, incertidumbre, dependencias probabilísticas y verdades parciales, y, finalmente, dividir la complejidad en subsistemas que distribuyen y cooperan.³²

La figura 5 corrobora la inmediatez del proceso, mostrando un progreso que tiende rápidamente hacia la optimización, opuestamente a la exploración o el descubrimiento de alternativas. Por ello, es relevante realizar varias pruebas o incrementar en mucho la base inicial de la población.

De manera sintética, la definición crea la intersección de la proyección del hypar existente con el hypar propuesto, para luego proyectar sobre el plano XZ y comparar sus bordes y sección con el original (fig. 6). La incorporación del *fitness negativo* facilitó el funcionamiento para asegurar que el algoritmo no valoraba positivamente algunas geometrías imposibles.

29. Jong, *Evolutionary Computation*.

30. Davis, *Handbook of Genetic Algorithms*.

31. Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structures*.

32. Back, *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*.

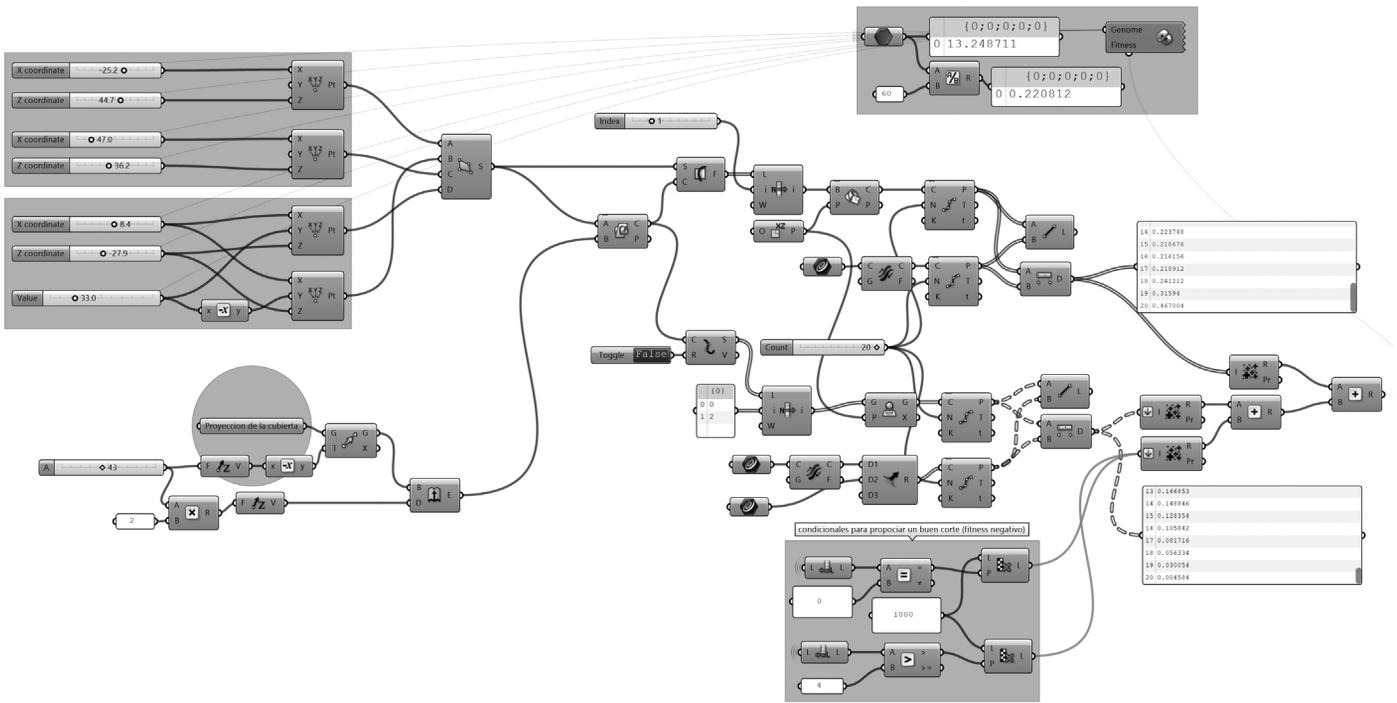


Figura 6. Captura de Grasshopper. Fuente: los autores.

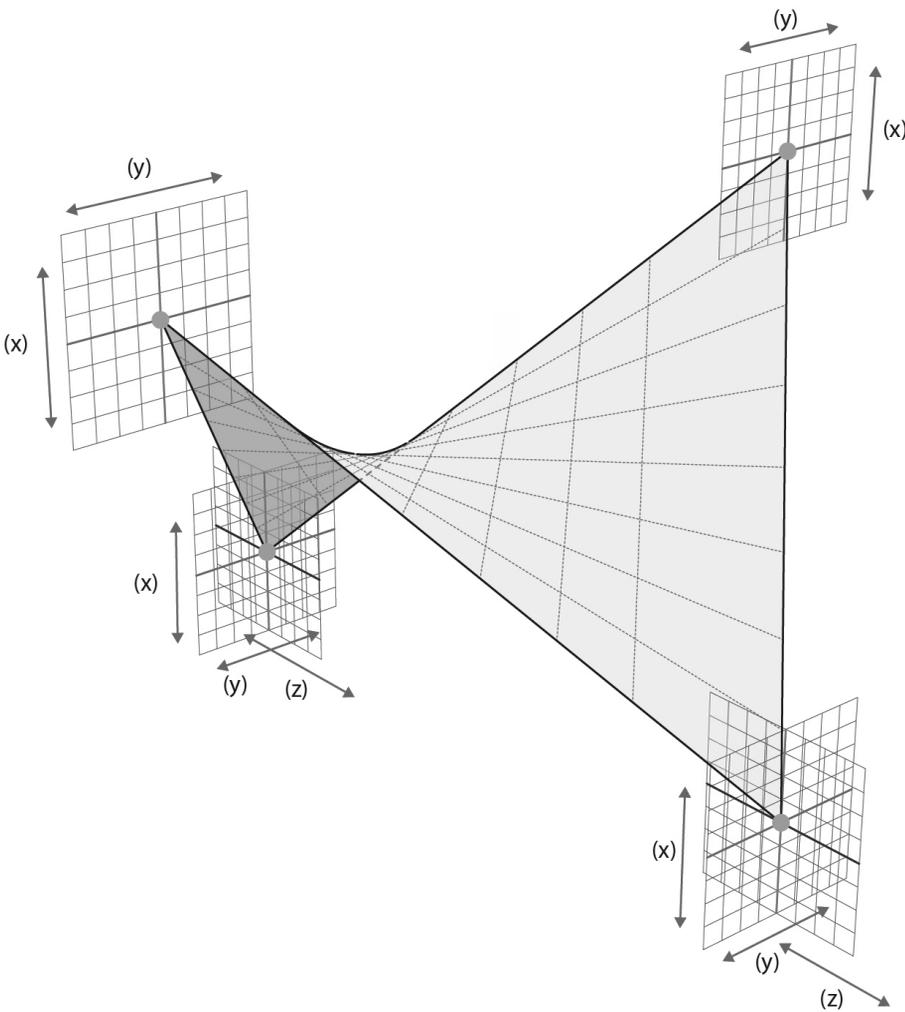


Figura 7. Representación espacial de los rangos genéticos. Fuente: los autores

La figura 7 representa geoméricamente los rangos paramétricos de los genes y ayuda a entender las restricciones y las relaciones que existen entre dichos parámetros.

Debido a las cualidades simétricas del proyecto, se pueden omitir muchas de las coordenadas de los puntos que definen el hyper y con ello se reduce el problema a un total de siete genes o incógnitas. Sumado al hecho de que las relaciones entre la expresión geométrica y los genes que definen sus coordenadas son directas, el *fitness landscape* resultante es relativamente simple y los algoritmos genéticos no tuvieron problemas para hallar soluciones satisfactorias.

Configuración y resultados del algoritmo

Se estableció un estancamiento máximo de 50 generaciones, un tamaño de población de 200 individuos y un impulso inicial de 7x. El porcentaje de élite se mantuvo en un 5%; mientras que se disminuyó al 10% el parentesco entre genes para evitar una clara tendencia a caer en "local óptima", detectada en las primeras pruebas de tanteo (siendo -100 totalmente permisivo y +100 totalmente restrictivo).

A lo largo del experimento se realizaron trece pruebas en dos fases: diez en la primera fase, para realizar una primera aproximación con un mayor rango de búsqueda y precisión de un solo decimal (calculado en metros), y tres en la segunda, donde se acotaron los límites de los valores y se consideraron dos decimales.

La similitud entre la posición de los genomas en la población de las diferentes pruebas evidencia una única resolución dentro del rango preestablecido (tabla 1 y 2). En total, suponen una población inicial de 14.000 individuos que se presuponen suficientes para justificar una posterior búsqueda dentro de un marco más reducido. A resaltar las pruebas 2, 3 y 10, que obtuvieron los mejores resultados, siendo la 2 y la 10 exactamente iguales.

Para la segunda fase, se redefinieron los rangos según los resultados de la fase 1. Se omitieron los valores de la prueba 5, por diferir considerablemente del resto y tener el tercer peor resultado.

Dado que el objetivo de la segunda fase es la optimización dentro de un marco reducido, se concentra el número de pruebas a 3 pero se aumenta la población a 300 individuos y el estancamiento a 100 generaciones (tabla 3).

El análisis por desviación de las curvas comparadas es la presentada en la tabla 4.

Conclusiones

Prestando atención a los resultados numéricos, se evidencia que la resolución del problema ha sido exitosa y se han alcanzado valores satisfactorios dentro de los márgenes de error establecidos. La prueba con mejor optimización (prueba 12) logró confeccionar una superficie con una tolerancia máxima de 6,2 centímetros a lo largo de 60 puntos en la parábola XZ que conforma la "limatesa" y los bordes de la cubierta. El ratio más desfavorable estuvo entre la desviación y la longitud, con un 0,76%, frente al 1,9% que presentaba la documentación gráfica inicial.

Posteriores pruebas han servido para confirmar la validez de los resultados. A pesar de que el proceso metahaurístico de optimización no puede garantizar la solución óptima, extender la prueba y su definición sólo ha servido para precisar mejor la misma solución. Es decir, el problema está resuelto por aproximación, pero se pueden invertir más recursos en reducir el margen de error.

Así, las generatrices del hyper hallado por el algoritmo genético miden $78,85 \times 97,04$ metros, siendo su proyección $43,06 \times 56,77$ metros (frente al original de 27×36 metros) y sus coordenadas en las esquinas las presentadas en la tabla 5.

Esta superficie puede minimizarse a través de la extracción de isocurvas hasta que intersequen con uno de los vértices y formalicen así el hyper mínimo (comandos: EXTRACTISOCURV y SPLIT). Este resulta según se muestra en la tabla 6.

Por tanto, puede establecerse que las generatrices originales del paraboloide hiperbólico en la cubierta de la Iglesia de Nuestra Señora del Valle miden $31,72 \times 39,01$ metros (fig. 8).

Parámetro	Rango	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3	Prueba 4	Prueba 5
Superior X	-65 a 0	-17,7	-17,0	-17,4	-15,6	-31,9
Superior Z	5 a 75	37	37	36,9	36,8	59,9
Inferior X	35 a 100	59,8	59,4	59,4	58	59,2
Inferior Z	5 a 80	54,2	53,8	54,2	51,4	59,6
Eje lateral X	-40 a 60	10,3	9,9	10,3	8,7	10,1
Lateral Z	-50 a 15	-32,1	-32,1	-32,1	-31,6	-47
Simetría Y	v	34,4	34,5	34,4	35,3	39,5
Resultado	--	6,828	4,9	5,08	5,56	10,298
Distancia	--	0,113	0,081	0,084	0,092	0,171

Tabla 1. Resultados de las pruebas 1-5. Posición de los genes y resultado óptimo (unidades en metros). Fuente: los autores.

Parámetro	Rango	Prueba 6	Prueba 7	Prueba 8	Prueba 9	Prueba 10
Superior X	-65 a 0	-20,5	-22,2	-21,7	-20,5	-17,0
Superior Z	5 a 75	36,3	36,3	36,3	36,5	37
Inferior X	35 a 100	52,8	52,2	52,3	52,8	59,4
Inferior Z	5 a 80	45	45,6	45,6	45	53,8
Eje lateral X	-40 a 60	12	13,7	13,7	12	9,9
Lateral Z	-50 a 15	-27,4	-27,7	-27,7	-27,4	-32,1
Simetría Y	15 a 90	31,4	31,6	31,6	31,4	34,5
Resultado	-	7,965	11,341	10,983	7,965	4,9
Distancia	-	0,132	0,189	0,183	0,132	0,081

Tabla 2. Resultados de las pruebas 6-10. Posición de los genes y resultado óptimo (unidades en metros). Fuente: los autores.

Parámetro	Rango	Prueba 11	Prueba 12	Prueba 13	Prueba 2 (mejor fase 1)
Superior X	-25 a -12	-17,04	-16,93	-16,96	-17,0
Superior Z	34 a 39	36,48	36,24	36,09	37
Inferior X	50 a 61	55,12	55,85	56,09	59,4
Inferior Z	43 a 56	47,7	48,9	49,4	53,8
Eje lateral X	6 a 15	9,82	10,06	10,31	9,9
Lateral Z	-34 a -25	-29,44	-29,81	-29,92	-32,1
Simetría Y	29 a 37	33,34	33,56	33,59	34,5
Resultado	-	3,811	3,778	3,864	4,9
Distancia	-	0,063	0,062	0,064	0,081

Tabla 3. Resultados de las pruebas 11-13. Posición de los genes y resultado óptimo. Se adjunta la prueba 2 para comparar (unidades en metros)

Curvas	Originales	Parábola XZ	Borde inferior	Borde superior
Distancia en principio	0,531	0,042	0,041	0,007
Distancia en final	0,782	0,001	0,003	0,001
Desviación mínima	0,241	0	0	0
Desviación máxima	0,781	0,26	0,1	0,073
Longitud curva resultante	40,864	41,757	13,089	34,631
Desviación/Longitud (%)	1,9	0,62	0,76	0,21

Tabla 4. Resultados de la desviación (unidades en metros). Fuente: los autores.

Parámetro	Coordenada (x, y, z)
Superior	(55.85, 0, 48.9)
Inferior	(-16.93, 0, 36.24)
Laterales	(10.06, ±33.56, -29.81)

Tabla 5. Resultados finales del algoritmo.
Fuente: los autores.

Parámetro	Coordenada (x, y, z)
Superior	(36.71, 0.03, 21.36)
Inferior	(-4.08, 0.34, 14.13)
Laterales	(13.15, ±18.89, -5.07) \sqrt{v}

Tabla 6. Resultados finales del experimento.
Fuente: los autores.

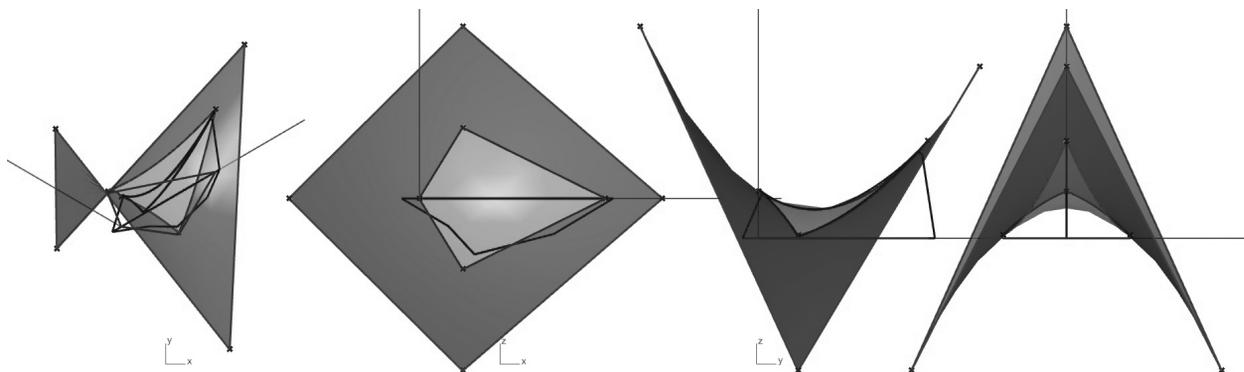


Figura 8. Isométrica, planta y alzados del hyper completo respecto al visible en la cubierta. Fuente: los autores.

Pruebas venideras deberían poner especial atención al tamaño de los rangos que se van a valorar, cuya prioridad debe ser descubrir los puntos fuera de la geometría existente y, quizá, incluir nuevas metodologías que permitan optimizaciones más dinámicas en cuanto al margen de error se refiere, automatizando más aún el proceso de aproximación.

A nivel pedagógico o exploratorio, el método ha demostrado ser viable, por requerir un espacio de tiempo de aprendizaje y aplicación reducido, que permite incorporar numerosos conceptos relacionados con el CAD, el *Algorithmic Aided Design*, la geometría y la arquitectura. Se valora especialmente la capacidad de resolver problemas que requerirían conocimientos especializados en los campos de las matemáticas y las estructuras, pero que son abordables desde la intuición espacial.

Futuribles

El presente caso de estudio supone el primer paso para mejoras sustanciales en la racionalización de superficies por RE. Las evidentes virtudes estructurales y constructivas de las superficies regladas expuestas por Candela pueden aplicarse ahora de manera exponencial a través de la computación. Por ello, si inicialmente se ha logrado reconstruir un hyper desconocido —y con él sus generatrices—, es probable que futuros experimentos permitan descomponer superficies más complejas en múltiples alabeadas o, al menos, en aproximaciones de estas: una propuesta universal que pueda revertir en un enfoque homogéneo y estructurado el sistema de diseño inverso para el cálculo de superficies regladas que sea directamente aplicable a cualquier proyecto desde una única definición (o código). de-arc

Bibliografía

1. Anderson, Stanford y Eladio Dieste. *Eladio Dieste: Innovation in Structural Art*. Hudson, NY: Princeton Architectural Press, 2004.
2. Back, Thomas. *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms*. Oxford: Oxford University Press, 1996.
3. Basterra, Alfonso. *Félix Candela: 1910-2010*. Valencia: Sociedad Estatal de Conmemoraciones Culturales, 2010.
4. Burry, Mark. "Handcraft and Machine Metaphysics", 1998. <http://cumincad.scix.net/data/works/att/07c5.content.pdf>
5. Burry, Mark. "Parametric Design and the Sagrada Familia". *Arq: Architectural Research Quarterly* 1, n.º 4 (1996): 70-81.
6. Burry, Mark, J. Coll Grifoll y J. Gómez Serrano. *Sagrada Familia s. XXI Gaudi/Ahora/Now*. Cataluña: Ediciones Universitat Politècnica de Catalunya, 2008.
7. Cassinello, P., M. Schlaich y J. A. Torroja. "Félix Candela. En memoria (1910-1997): Del cascarón de hormigón a las estructuras ligeras del s. XXI". *Informes de la Construcción* 62, n.º 519 (2010). <https://doi.org/10.3989/ic.10.040>
8. Coello de Portugal Acuña, Francisco, José Ruiz-Castillo Ucelay y Ricardo Urgoiti. "Iglesia Parroquial Nuestra Señora del Valle, en colaboración con José Ruiz-Castillo Ucelay y Ricardo Urgoiti". *Documentos de Arquitectura*, n.º 66 (2009): 38-43.
9. Davis, Lawrence David. *Handbook of Genetic Algorithms*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
10. Dawson, Anthony y Mark C. Burry. "The Continuing Dichotomy: Practice vs. Education". En *Education for Practice, ECAADe Conference Proceedings*, 131-42, 1996.
11. Garlock, María E. Moreyra y David P. Billington. *Félix Candela: Engineer, Builder, Structural Artist*. New Haven: Yale University Press, 2008.
12. Génova, Gonzalo, Juan Llorens y Jaime Nubiola. "Métodos abductivos en ingeniería del software". En *20 Workshop en Métodos de Investigación y Fundamentos Filosóficos en Ingeniería del Software y Sistemas de Información-MIFISIS*, 4:5-6, 2004.
13. Howe, Nathan. "Algorithmic Modeling: Teaching Architecture in Digital Age". En *Parametricism (SPC) ACADIA Regional 2011 Conference Proceedings*, editado por Janghwan Cheon, Steven Hardy y Timothy Hemsath, 315. Buffalo, NY: Association for Computer Aided Design in Architecture, 2011.
14. Ibáñez Torres, Raúl. "El vientre de un arquitecto (la búsqueda de la forma)". En *Un paseo por la geometría 2003/04*, 155-186. Universidad del País Vasco, 2004. <https://www.matematicasenaccion.unican.es/transparencias/transparencias-raul.pdf>
15. Iglesias, Rodrigo Martín. "Reverse Design o la deconstrucción proyectual del diseño". *Blucher Design Proceedings* 1, n.º 8 (2014): 101-105.
16. Jong, K. A. de. *Evolutionary Computation: A Unified Approach. Optimization*. Cambridge, MA: MIT Press, 2006. <http://mitpress.mit.edu/0262041944>.
17. Martínez, M. "Proceso de cálculo de las cáscaras cilíndricas largas de cubierta en la obra de Félix Candela: El enfoque del equilibrio". *Informes de la Construcción* 70, n.º 551 (2018). <https://doi.org/10.3989/ic.56644>
18. Martínez Martínez, Mónica y Ernesto Echevarría Valiente. "Las bóvedas cilíndricas y su evolución hasta las cáscaras cilíndricas largas de cubierta de Félix Candela: Análisis geométrico y mecánico". *EGA Revista de Expresión Gráfica Arquitectónica* 22, n.º 30 (2017): 160-169. <https://doi.org/10.4995/ega.2017.7846>
19. Michalewicz, Zbigniew. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Nueva York: Springer Science & Business Media, 2013.
20. Newell, Allen, J. C. Shaw y Herbert A. Simon. "Elements of a Theory of Human Problem Solving". *Psychological Review* 65, n.º 3 (1958): 151-166. <https://doi.org/10.1037/h0048495>.
21. Ruiz Íñigo, Miriam. "El racionalismo intuitivo en la obra del arquitecto dominico fray Coello de Portugal". Tesis de doctorado, Universidad de Valladolid, 2016.
22. Santos, Eduardo Toledo y María Laura Martínez. "Software para ensino de geometria e desenho técnico". *Ouro Preto: Graphica* 9 (2000).
23. Sha, Ling. "The Innovation Design of Product Based on Reverse Engineering". En *2011 International Conference on Computer Science and Information Technology (ICCSIT 2011)*. *IPCSIT*, vol. 51, 2011.

24. Tedeschi, Arturo y Davide Lombardi. "The Algorithms-Aided Design (AAD)". En *Informed Architecture*, 33-38. Berlin: Springer International Publishing, 2017. https://doi.org/10.1007/978-3-319-53135-9_4
25. Várady, Tamás, Ralph R. Martin y Jordan Cox. "Reverse Engineering of Geometric Models—an Introduction". *Computer-Aided Design* 29, n.º 4 (2002): 255-268. [https://doi.org/10.1016/S0010-4485\(96\)00054-1](https://doi.org/10.1016/S0010-4485(96)00054-1)
26. Veenendaal, Diederik y Philippe Block. "An Overview and Comparison of Structural Form Finding Methods for General Networks". *International Journal of Solids and Structures* 49, n.º 26 (2012): 3741-3753.
27. Verzola Vaz, Carlos Eduardo y Natalia Pereira. "Parametric Modeling and Descriptive Geometry Education in Architecture - Felix Candela's Surfaces". En *SIGraDi 2012*, 216-218. Fortaleza, 2012.
28. Weisstein, Eric W. "Hyperbolic Paraboloid". En MathWorld. <http://mathworld.wolfram.com/HyperbolicParaboloid.html>
29. Ye, Xiuzi, Hongzheng Liu, Lei Chen, Zhiyang Chen, Xiang Pan y Sanyuan Zhang. "Reverse Innovative Design—an Integrated Product Design Methodology". *Computer-Aided Design* 40, n.º 7 (2008): 812-827.